

DIMOSTRAZIONE DEL PERCHÉ LO SCIoglimento DEL GHIACCIO IN UN BICCHIERE CONTENENTE ACQUA NON PROVOCA LA MODIFICA DEL LIVELLO DELL'ACQUA.

Come è noto se in un bicchiere contenete dell'acqua si inserisce un cubetto di ghiaccio il livello dell'acqua dopo l'aumento iniziale dovuto all'inserimento del cubetto non cambia durante lo scioglimento del ghiaccio. Per dimostrare come mai si verifica questa circostanza, consideriamo la seguente Figura 1, dove a sinistra è schematicamente mostrato un bicchiere contenente dell'acqua fino al livello h_0 ed a destra è schematicamente mostrato il medesimo bicchiere dopo che vi è stato inserito un cubetto di ghiaccio, con conseguente innalzamento del livello dell'acqua da h_0 ad h_i . Nella stessa Figura 1, con A si è indicata l'area di base del bicchiere e con A_b si è indicata l'area di base del cubetto di ghiaccio.

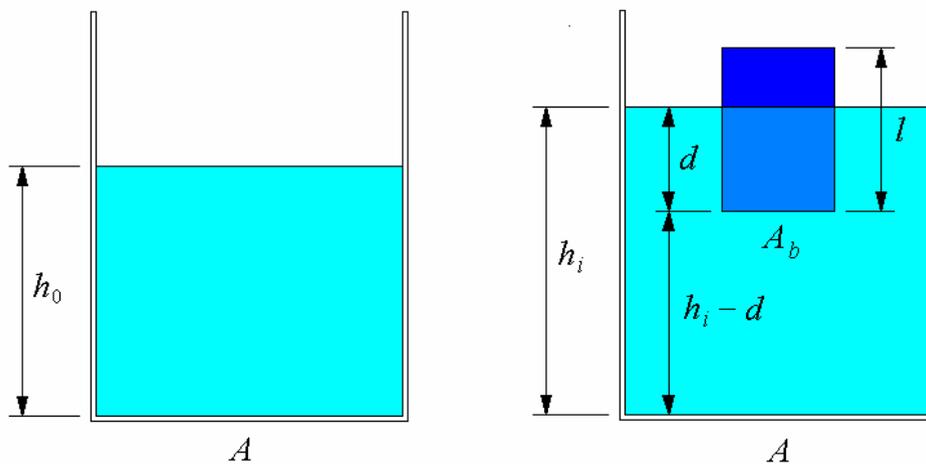


Figura 1

Sia m_l la massa di acqua allo stato liquidi contenuta inizialmente nel bicchiere ed m_s la massa di acqua che forma il cubetto di ghiaccio. Indichiamo quindi rispettivamente con r_l e r_s la densità dell'acqua allo stato liquido ed allo stato solido. Come è noto $r_s < r_l$, per cui il cubetto di ghiaccio galleggia. Per calcolare il livello h_i raggiunto dall'acqua immediatamente dopo l'inserimento del cubetto di ghiaccio, osserviamo che per la conservazione della massa m_l deve aversi:

$$A h_0 = (A - A_b) d + A(h_i - d) \quad (1)$$

Dunque risulta:

$$h_i = h_0 + \frac{A_b}{A} d \quad (2)$$

Chiaramente:

$$h_0 = \frac{m_l}{r_l A} \quad (3)$$

mentre per calcolare d applichiamo il principio di Archimede che si può così sintetizzare: “la spinta che il cubetto di ghiaccio riceve dall’acqua verso l’alto è uguale al peso di acqua spostata dal cubetto”. Per l’equilibrio di galleggiamento la spinta di Archimede deve essere uguale al peso del cubetto, dunque, indicando con g l’accelerazione di gravità, dovrà essere:

$$(\rho_l A_b d) g = m_s g \quad (4)$$

Si ha quindi:

$$d = \frac{m_s}{\rho_l A_b} \quad (5)$$

Utilizzando la (3) e la (5) nella (2), possiamo così concludere che:

$$h_i = \frac{m_l}{\rho_l A} + \frac{m_s}{\rho_l A} = \frac{m_l + m_s}{\rho_l A} \quad (6)$$

Ma al termine dello scioglimento del ghiaccio, tutta la massa di acqua m_s si trova allo stato liquido, quindi il livello di acqua nel bicchiere è manifestamente:

$$h_f = \frac{m_l + m_s}{\rho_l A} \quad (7)$$

Dunque:

$$h_i = h_f \quad (8)$$

e quanto osservato sperimentalmente risulta spiegato.

Si noti che il verificarsi della (8) deriva proprio dal fatto che la densità del ghiaccio è minore di quella dell’acqua liquida. Infatti, qualora fosse $\rho_s > \rho_l$, cioè l’acqua, solidificandosi, diminuisse di volume, allora il cubetto di ghiaccio affonderebbe e si presenterebbe una situazione come quella schematizzata in Figura 2.

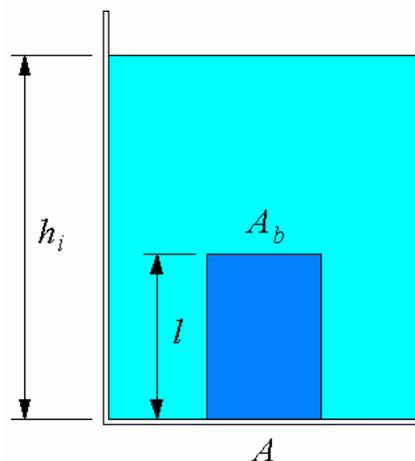


Figura 2

Ma in questo caso:

$$h_i = h_0 + \frac{A_b}{A} l \quad (9)$$

dove:

$$l = \frac{m_s}{r_s A_b} \quad (10)$$

per cui risulterebbe:

$$h_i = \frac{m_l}{r_l A} + \frac{m_s}{r_s A} = \frac{1}{r_l A} \left(m_l + \frac{r_l}{r_s} m_s \right) < h_f \quad (11)$$

in quanto per ipotesi è $r_l / r_s < 1$. In questo caso quindi, lo scioglimento del blocchetto provocherebbe un innalzamento del livello di acqua nel bicchiere.

Si noti che la uguaglianza (8) mostra come lo scioglimento dei ghiacci della banchisa non provoca un innalzamento del livello dei mari. L'innalzamento del livello dei mari è invece provocato dallo scioglimento dei ghiacci sulla terra ferma.

M. G. Busato